Univerza v Ljubljani
Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo
Tržaška 25
61000 Ljubljana

Simulacije – vaja 1

Leon Kos, 3. letnik Avtomatika – Robotika

22. februar 1996

1 Diferencialna enačba

Simulirajte diferencialno enačbo:

$$\ddot{Y} + 2\xi\omega_n\dot{Y} + \omega_n^2 Y = \omega_n^2 u \tag{1}$$

u je enotina stopnica. Analizirajte vpliv dušilnega koeficiente ξ in lastne frekvence ω_n. Enačbo (1) lahko napišemo kot

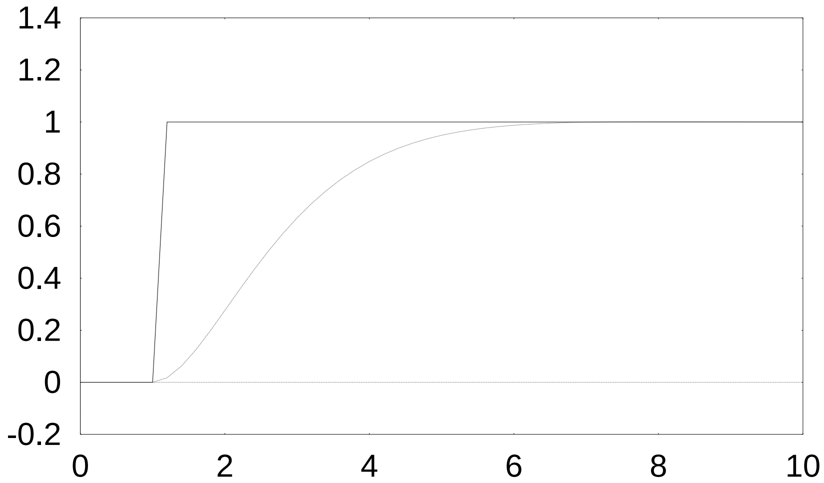
$$\ddot{Y} = -2\xi\omega_n\dot{Y} - \omega_n^2 Y + \omega_n^2 u \tag{2}$$

kar je ekvivalentno sliki 1

Slika 1: Bločni diagram diferencialne enačbe

Program v jeziku *simcos* n sem preizkušal za različne koeficiente dušenja $\xi = 0.8..2.0$. S poizkušanjem sem ugotovil kritično dušenje $\xi = 0.9$ za katerega je prikazan odziv na sliki 2. Za večja dušenja je bil odziv brez prenihaja.

```
program vaja1a
" konstante modela
constant ceta=0.9, wn=1, p=1.0
" zacetne vrednosti
constant y0=0.0, yv0=0.0
" casovna os
constant tfin=10.0
" strukture modela
ydotdot = -2.0*ceta*wn*ydot-wn**2.0*y+wn**2*u
u = step(t, p)
y = integ(ydot, y0)
ydot=integ(ydotdot, yv0)
termt t .ge. tfin
cinterval ci=0.1
output 10, u, y
prepar 2, u, y
end
```



Slika 2: Odziv sistema pri kritičnem dušenju

2 Prenosna funkcija

Na vsaj dva možna načina (vgnezdeni, delitveni, zaporedna razčlenitev) simulirajte prenosno funkcijo

$$G(s) = \frac{s^2 + 8s + 12}{(s+1)(s^2 + 7s + 12)} \tag{3}$$

pri stopničastem vhodnem signalu

2.1 Vgnezdena metoda

Izrazimo enačbo (3) s transformiranimi izrazi, ki so vgnezdeni

$$(s+1)(s^2+7s+12)Y(s) = (s^2+8s+12)U(s) \tag{4}$$

$$(s^3+7s+12s+s^2+7s+12)Y(s) = (s^2+8s+12)U(s)$$

$$s^3Y(s)+8s^2Y(s)+19sY(s)+12Y(s)-s^2U(s)-8sU(s)-12U(s) = 0$$

$$s^3(Y(s))+s^2(8Y(s)-U(s))+s(19Y(s)-8U(s))+(12Y(s)-12U(s)) = 0$$

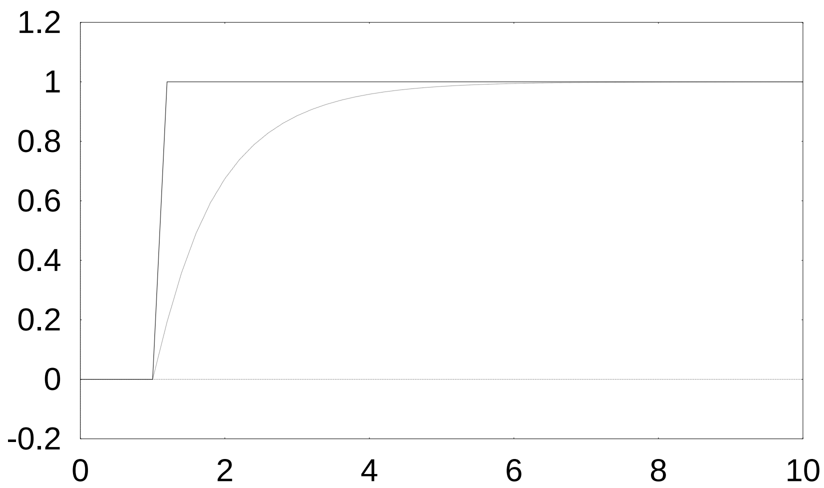
$$Y(s) = -\frac{1}{s}(8Y(s)-U(s))-\frac{1}{s^2}(19Y(s)-8U(s))-\frac{1}{s^3}(12Y(s)-12U(s)) = 0$$

$$Y(s) = \frac{1}{s}\left[(8Y(s)-U(s))+\frac{1}{s}\left[(19Y(s)-8U(s))+\frac{1}{s}(12Y(s)-12U(s))\right]\right] \tag{5}$$

Slika 3: Vgnezdena metoda

```
program vaja1b
" konstante modela
constant p=1.0
" zacetne vrednosti
constant ya0=0.0, x0=0.0, y0=0.0
" casovna os
constant tfin=10.0
" strukture modela
yddd = 12.0*u - 12.0*y
ydd  = integ(yddd, ya0)
xd   = ydd + 8.0*u - 19.0*y
```

```
x    = integ(xd, x0)
yd   = x + u - 8.0*y
y    = integ(yd, y0)
u = step(t, p)
termt t .ge. tfin
cinterval ci=0.1
output 10, u, y
prepar 2, u, y
end
```



Slika 4: Odziv po vgnezdeni metodi

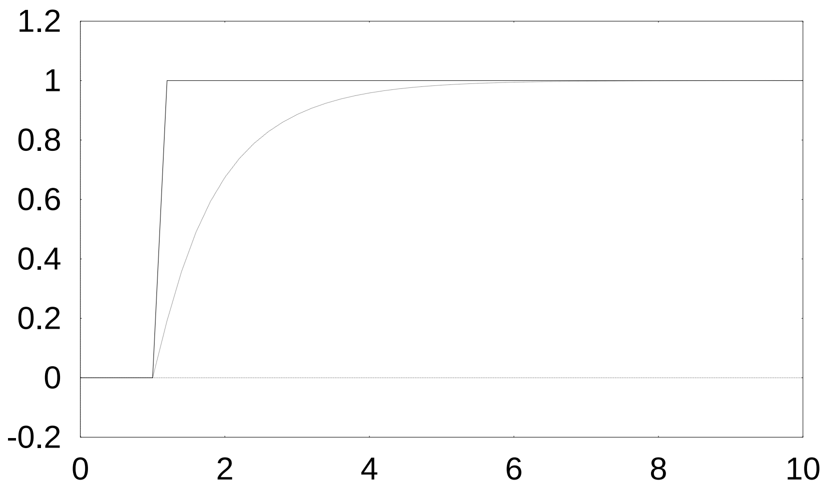
2.2 Vzporedna razčlenitev

$$\frac{s^2 + 8s + 12}{(s+1)(s+3)(s+4)} = \frac{5/6}{s+1} + \frac{3/2}{s+3} + \frac{-4/3}{s+4} \tag{6}$$

```
program vaja1b
" konstante modela
constant p=1.0
" zacetne vrednosti
constant e0=0.0, b0=0.0, c0=0.0
" casovna os
constant tfin=10.0
" strukture modela
ed = -1.0*e + 5.0/6.0*u
e  = integ(ed, e0)
bd = - 3.0*b + 3.0/2.0*u
```

Slika 5: Vzporedna razčlenitev

```
b  = integ(bd, b0)
cd = - 4.0*c - 4.0/3.0*u
c  = integ(cd, c0)
y  = e + b + c
u = step(t, p)
termt t .ge. tfin
cinterval ci=0.1
output 10, u, y
prepar 2, u, y
end
```



Slika 6: Odziv vzporedne razčlenitve

Vidimo, da je odziv enak prejšnjemu primeru, ki smo ga izračunali na drugačen način. S tem smo tudi potrdili pravilnost obeh metod.

3 Röslerjev kaotični sistem

Röslerjev kaotični sistem opisujejo enačbe:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z \\ \dot{y} &= x + ay \\ \dot{z} &= b + z(x - c) \end{aligned} \tag{7}$$

Uporabite konstante b = 2 in c = 4. S simulacijo v času 120s pri začetnih pogojih

$$x(0) = 0.1 \quad y(0) = 0.1 \quad in \quad z(0) = 0.1 \tag{8}$$

potrdite

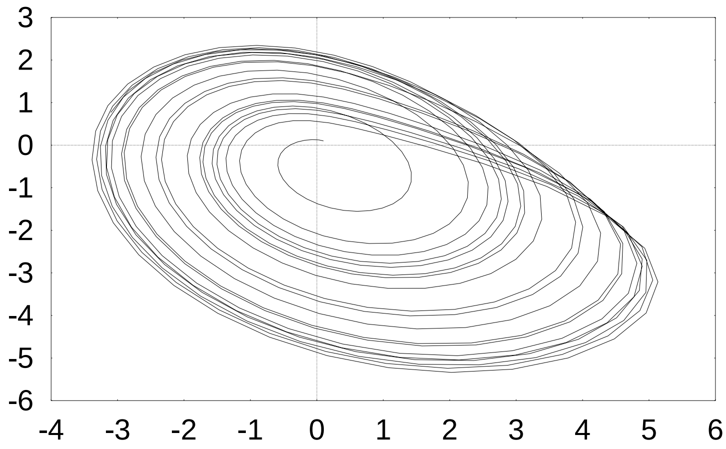
1. pri a = 0.30 ima sistem limitni cikel s periodo T
2. pri a = 0.35 ima sistem limitni cikel s periodo 2T
3. pri a = 0.398 ima sistem kaotični atraktor

Opazujte fazne diagrame

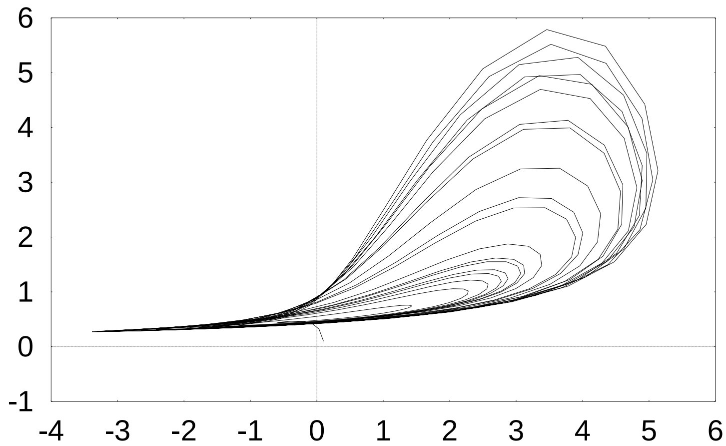
Enačbe (7) enostavno prepišemo v jezik simcos in opazujemo obnašanje sistema za različne konstante a.

```
program vaja1c
" konstante modela
constant p=1.0, a=0.3, b=2.0, c=4.0
" zacetne vrednosti
constant x0=0.1, y0=0.1, z0=0.1
" casovna os
constant tfin=120.0
" strukture modela
xd = -y - z
x  = integ(xd, x0)
yd = x + a*y
y  = integ(yd, y0)
zd = b + z*(x - c)
z  = integ(zd, z0)
termt t .ge. tfin
cinterval ci=0.1
output 10, x, y, z
prepar 2, x, y, z
end
```

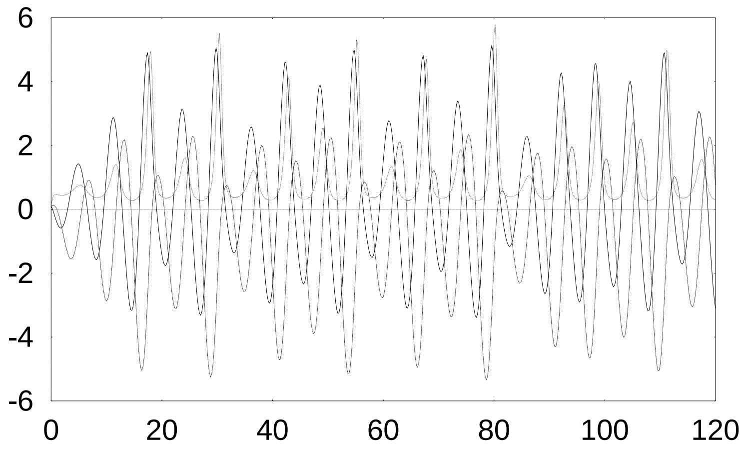
Fazni diagrami se niso bistveno spreminjali pri spremembi konstante a. Bistvene spremembe so opazne le v časovnih diagramih.



Slika 7: Fazni diagram y(x)



Slika 8: Fazni diagram z(x)



Slika 9: Časovni odziv Röslerjevega kaotičniega sistema $a = 0.3$