Univerza v Ljubljani

Fakulteta za Strojništvo

Metoda sledenja žarka – Fizikalne lastnosti površin za računalniško grafiko

interno poročilo

Leon Kos in Jože Duhovnik

Ljubljana, 21. april 1995

Metoda sledenja žarka – Fizikalne lastnosti površin za računalniško grafiko

Leon Kos in Jože Duhovnik
Laboratorij za računalniško podprto konstruiranje

21. april 1995

Povzetek

Optične lastnosti površin so osnova za razumevanje in kasnejše matematično modeliranje razmer pri interakciji svetlobe s površino. Prikazane so lastnosti gladkih površin, za katere so izpeljane enačbe, ki so osnova pri formulaciji modelov odboja na površini. Za metodo sledenja žarka je poznavanje fizikalnih lastnosti površin osnova pri rekurzivni formulaciji algoritma refleksije na povrčini. Kvalitativne lastnosti in poznavanje mikrostukture površine vplivanjo na izvedbo refleksijskega modela. Prikazane so tudi bistvene lastnosti hrapavih, kompozitnih in prosojnih površin.

1 Fizikalna in geometrijska optika

Skoraj vsak grafični program modelira optiko na nek način. Največkrat se tu uporabijo različne poenostavitve v fizikalnem modelu optike.

Ko poskušamo razumeti obnašanje svetlobe jo fiziki normalno popišejo kog gibanje elektromagnetnih valov ali kot gibajoče se delce energije (fotone). Valovanje, ki se širi je popisano z valovanjem električnega in magnetnega polja, ki sta si med seboj pravokotna. Povprečna amplituda električnega polja v tem valovanju določa energijo. Če za svetlobo uporabimo model delcev, je obravnavanje lažje, saj pri fotonih ni potrebno ni potrebno uporabiti vektorskega obravnavanja valovanja svetlobe, ampak lahko fotone uporabimo neodvisno drug od drugega. Model optike zasnovan na valovanju se tako imenuje *fizikalni model*, model temelječ na delcu pa *geometrijski model svetlobe.* Slednji model, z delcem kot nosilcem energije je tudi enostavnejši in zato tudi večkrat uporabljen v enostavnejših modelih sledenja žarka. Fizikalni model je možno tudi poenostaviti tako, da ga ne obravnavamo kot vektosko valovanje, ampak le skalar z določeno energijo, kot poprečje obeh valovanj. Seštevanje je tako veliko lažje, vendar je kljub temu geometrijski model v računalniški grafiki skoraj v izključni uporabi.

Z uporabo geometrijskega modela modeliramo svetlobo kot *neodvisne žarke.* V geometrijskem modelu lahko pričakujemo, da bomo izgubili modeliranje fizikalnih lastnosi kot so uklon svetlobe, interferenca in polarizacija, zato je potrebno te lastnosti modelirati posebej, ker v osnovnem modelu te lastnosti niso zaobjete.

Uklon svetlobe nastopi pri potovanju svetlob v bližini ovire. Modeliranje uklona je v geometrijskem modelu izredno težavno, zato so do sedaj razvite le metode za posebne primere, za katere je možno določiti gladke prehode senc v t.i. *umbri in pentumbri* . Frekvenca valovanja vidne svetlobe je tudi dokaj visoka, zato lahko modeliranje teh podrobnosti največkrat opustimo.

Interferenca nastopi z zamaknitvijo faze valovanja svetlobe, ki nastopi zaradi uklona ali loma svetlobe. V naravi primere interference opazimo pri milnih mehurčkih, kjer se pojavijo raznobarvni pasovi. Podobni efekti so vidni tudi na vseh tankih prosojnih plasteh, kot so npr. tanka zaščitna plast filma na fotografskih lečah, plast olja na vodi...

Polarizacija je v geometrijskih modelih najmanj zastopana, tudi zaradi tega, ker jo v praksi normalno ni mogoče opaziti. V primerih natančnega modeliranja[TTOO90], kjer nastopa nebo, pa lahko tudi polarizacija prispeva k večji realističnosti scene. Slike z izrazitim efektom polarizacije, zaradi redke pojavnosti v naravi izgledajo zelo umetne.

Običajno se v računalniški grafiki uporabi geometrijski model, saj je modeliranje valovanja zelo težavno. Tudi zaradi relativne nepomembnosti interference, polarizacije in uklona svetlobe. Če je v geometrijskem modelu uporabljen tudi kakšen od fizikalnih modelov, se to obravnava kot posebni primer. Ena od pomembnih lastnosti fizikalnega modela je tudi valovna dolžina svetlobe, sa le ta predpisuje barvo. Vključitev v geometrijski model pa ni težavna, čeprav je potrebno za realistične podobe najpreje izboljšati prav to fizikalno lastnost, ki je lastna površinam. Prav razumevanje optičnih lastnosti površin je tudi ključ za generiranje realističnih slik.

2 Fizikalni model površine

Nivo razumevanja vplivnih dejavnikov pri interakciji s svetlobo vpliva tudi na izvedbo matematičnega modela površine. Izkustveno lahko ugotovimo, da lastnosti materiala in obdelava površine bistveno vpliva na spekter svetlobe, ki se odbije ali prehaja skozi površino. Hrapavost, kot eden osnovnih parametrov vpliva tudi na porazdelitev odbite svetlobe. Glede na material in obdelavo površine ločimo tudi štiri različne interakcije svetlobe in površine: *zrcalni odboj, razpršeni (difuzni) odboj, zrcalni prevod* in *razpršeni prevod svetlobe.*

3 Gladke površine

Za gladke površine čistih materialov lahko matematično dokaj dobro popišemo odboj svetlobe. *Fresnelove enačbe* [Wat90] predpisujejo, kako se del svetlobe odbije ali prevaja (lomi) skozi pošino. Normalno jih zapišemo na stiku dveh dieletrikov, ki sta popisana vsak s svojim lomnim količnikom. Lomni količnik (*refraction index*) določa razmerje upočasnitve gibanja elektromagnetnega valovanja v materialu glede na relativno hitrost gibanja v vakuumu. Tipične vrednosti lomnih količnikov [Gla91b] so podane v tabeli 1

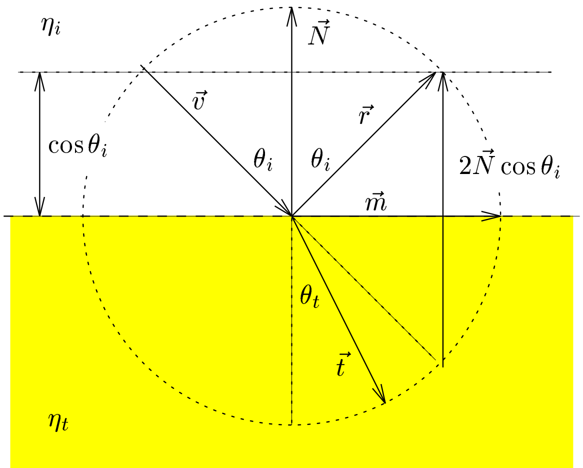
Medij	Lomni količnik η
Voda	1.33
Zrak	1.63
Okensko steklo	1.52
Gosto steklo	1.72
Diamant	2.419
Sol	1.50

Tabela 1: Lomni količniki za različne dielektrike

Izkaže se, da se svetloba različnih valovnih dolžin lomi različno, kar lahko opazimo na prizmi skozi katero pošiljamo belo svetlobo.

3.1 Snell-ov zakon

Ko svetloba zadene prozorno gladko površino, se del svetlobe odbije, ostala svetloba pa se pošlje v površino. Interakcija svetlobe na stiku dveh medijev z lomnima količnikoma η_i in η_t je podana na sliki 1.



Slika 1: Geometrija žarka, ki zadene gladko površino

Smer odbite svetlobe $\vec{t}$ podaja *zakon zrcalnega odboja*:

Kot odboja je enak kotu vpadnega žarka glede na normalo površine $\vec{N}$.

Pri implementiranju grafične simulacije je potrebno to zakonitost formulirati v uporabni obliki za numerično obdelavo

$$\vec{r} = \vec{v} + 2\vec{N}\cos\theta_i = \vec{v} - 2\vec{N}(\vec{v}\cdot\vec{N}) \tag{1}$$

Smer žarka $\vec{t}$, ki potuje skozi površino, pa je podan s Snell-ovim zakonom.

$$\eta_i \sin\theta_i = \eta_t \sin\theta_t \tag{2}$$

ali zapisano drugače

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = \frac{\eta_t}{\eta_i} \tag{3}$$

kjer je η_i lomni količnik medija vpadnega žarka in η_t lomni količnik medija žarka, ki se prevaja.

Izračun $\vec{t}$ za numerično obdelavo je bolj zahteven . Iz slike 1 lahko vidimo, da je

$$\vec{t} = -\vec{N}\cos\theta_t + \vec{m}\sin\theta_t \tag{4}$$

kar vodi k enačbi [Hec91]:

$$\vec{t} = \left[-\frac{\eta_i}{\eta_t}(\vec{v}\cdot\vec{N}) - \sqrt{1-\left(\frac{\eta_i}{\eta_t}\right)^2(1-(\vec{v}\cdot\vec{N})^2)}\right]\vec{N} + \frac{\eta_1}{\eta_t}\vec{v} \tag{5}$$

Če se enačbo (3) ne more izpolniti, potem se celotna svetloba odbije. Sicer se del svetlobe prevaja skozi površino. Kot pri katerem se celotna svetloba začne odbijati se imenuje *kritični odbojni kot*.

Razmerja delov svetlobe, ki se odbijejo in prevajajo skozi površino, se lahko izračunajo s Fresnelovimi enačbami.

3.2 Fresnelove enačbe

Fresnelove enačbe temeljijo na fizikalnem optičnem modelu, saj obravnavajo polarizacijo svetlobe na gladki površini. Prevodniki ali kovine so popisani z lomnim količnikom, refleksijsko sposobnostjo (*reflektanca*) in izgubnim indeksom k. Izgubni indeks je za dielektrike po definiciji enak nič.

Svetlobo, ki pod določenim kotom θ pada na površino lahko razdelimo na dve med seboj pravokotni ravnini valovanja električnega in magnetnega polja. Naravna nepolarizirana svetloba je zmes polariziranih valovanj v vseh smereh. Vsako valovanje pa lahko razdelimo na valovanje v dve med seboj pravokotni komponenti R_s in R_p. Reflektanca nepolarizirane svetlobe je enostavno, povprečje R_s in R_p.

$$R = \frac{R_s + R_p}{2} = \frac{1}{2}\left[\frac{tan^2(\theta_i-\theta)}{tan^2(\theta_i+\theta)} + \frac{sin^2(\theta_i-\theta)}{sin^2(\theta_i+\theta)}\right] \tag{6}$$

Če uporabimo enačbo (2) in (6), ter izgubni indeks k, lahko zapišemo enačbi reflektivnosti za polarizacijski ravnini na stiku med medijem vpadnega žarka z lomnim količnikom η_i in medijem z lomnim količnikom η, kot

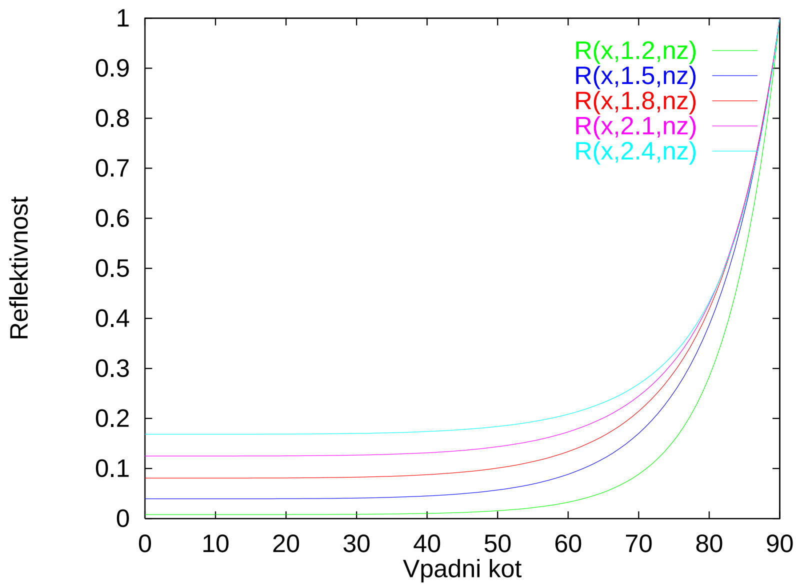
$$R_s = \frac{a^2 + b^2 - 2a\cos\theta + \cos^2\theta}{a^2 + b^2 + 2a\cos\theta + \cos^2\theta} \tag{7}$$

$$R_p = Rs\frac{a^2 + b^2 - 2a\sin\theta\tan\theta + \sin^2\theta\tan^2\theta}{a^2 + b^2 + 2a\sin\theta\tan\theta + \sin^2\theta\tan^2\theta} \tag{8}$$

kjer je θ vpadni kot glede na normalo; a in b pa sta dana kot

$$a^2 = \frac{1}{2\eta_i^2}\left[\sqrt{(\eta^2 - k^2 - \eta_i^2\sin^2\theta)^2 + 4\eta^2k^2} + \eta^2 - k^2 - \eta_i^2\sin^2\theta\right] \tag{9}$$

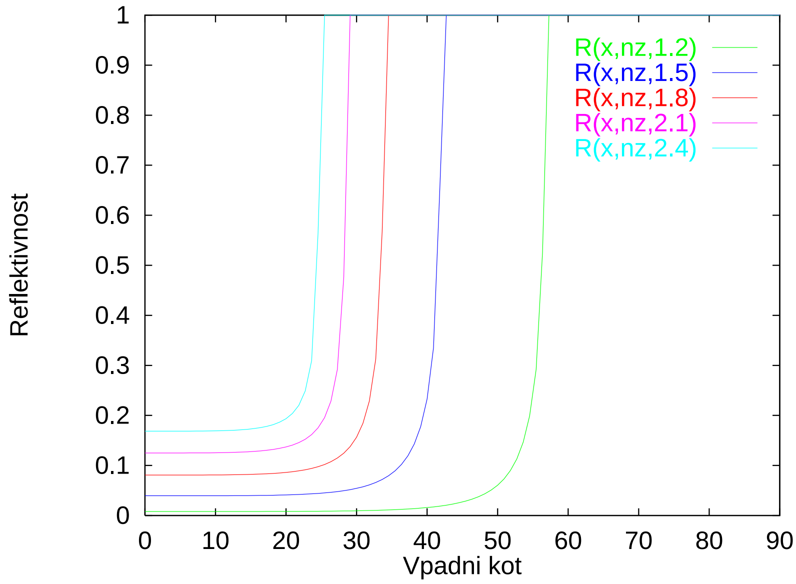
$$a^2 = \frac{1}{2\eta_i^2}\left[\sqrt{(\eta^2 - k^2 - \eta_i^2\sin^2\theta)^2 + 4\eta^2k^2} - (\eta^2 - k^2 - \eta_i^2\sin^2\theta)\right] \tag{10}$$



Slika 2: Reflektivnost pri prehodu iz zraka v dielektrik z različnimi lomnimi količniki. Najvišja krivulja ima lomni količnik 2.4. Krivulje so generirane direktno iz Fresnelovih enačb.

Za obravnavanje razmer pri stiku površin, kjer sta oba medija dielektrika lahko postavimo k na nič in η uporabimo kot lomni količnik za drugi dielektrik. Pomembna razlika v reflektivnisti pri dveh dielektrikih je razmerje med lomnim količnikom vstopnega in izstopnega medija, kar lahko vidimo na sliki 2 in 3.

Iz navedenih slik lahko spoznamo dve pomembni lastnosti Fresnelovih enačb. Ko gre kot θ proti $90°$ (takrat je vpadni žarek vzporeden stični ravnini), je reflektivnost za vse optične konstante enaka ena. Druga pomembna lastnost enačb je, da veljajo za vse vpadne kote θ. Za posebni primer, kjer je vpadni kot nič (žarek pravokotno



Slika 3: Reflektivnost pri prehodu dielektrika z različnimi lomnimi količniki v zrak. Najvišja krivulja ima lomni količnik 2.4. Krivulje so generirane direktno iz Fresnelovih enačb.

na površino) in kjer je prvi medij zrak ($\eta_i \approx 1$), se lahko enačba (6) s pomočjo Snelovega zakona (2), krajša na obliko

$$R = \frac{(\eta - 1)^2}{(\eta + 1)^2} \tag{11}$$

Iz tega tudi sledi, da je reflektivnost za steklo, ki ima tipično vrednost lomnega količnika $\eta = 1.5$, enaka

$$R(\eta = 1.5) = \frac{(1.5 - 1)^2}{(1.5 + 1)^2} = 0.04 \tag{12}$$

Razmerje $R = I_r/I_0$ med odbito svetlobo I_r in vpadno svetlobo I_0 je torej pri steklu, pri pravokotnem gledanju na površino, približno 4%. Zato se pri gladkih površinah normalno tudi vidi odblesk, ker vedno obstaja del svetlobe, ki se zrcalno odbije.

Iz slike 3 je pri prehodu iz medija z višjim lomnim količnikom v medij z nižjim (zrak) opaziti posebno lastnost, kjer se pri določenemu kotu vpadni žarek prične popolnoma odbijati. Žarek se pri tem giblje v notranjosti dielektrika ne da bi utrpel večjo atenuacijo. Ta fenomen se imenuje *popolna notranja reflektanca*. Kot pri katerem se ta efekt pojavi lahko ocenimo s *polarizacijskim kotom* θ_p. Pri polarizacijskem kotu odbiti in zlomljeni žarek tvorita pravi kot $(\theta_i + \theta_t) = 90°$. Polarizacijski kot izračunamo s pomočjo Snellovega zakona (2) na sledeči način:

$$\eta_i \sin \theta_p = \eta_t \sin \theta_t$$

$$\theta_p + \theta_t = 90^\circ$$
$$\eta_i \sin\theta_p = \eta_t \sin(90^\circ - \theta_p) = \eta_t \cos\theta_p$$
$$\frac{\sin\theta_p}{\cos\theta_p} = \frac{\eta_t}{\eta_i}$$
$$\theta_p = \arctan\frac{\eta_t}{\eta_i} \tag{13}$$

Ta relacija je znana kon *Brewsterov zakon*. Pri prehodu iz stekla v zrak je polarizacijski kot enak 56°. Pri tem kotu se naravna svetloba polarizira tako, da odbita svetloba valuje vzporedno s površino, prepuščena svetloba pa valuje pravokotno na površino. Ker lahko svetloba pri *popolni notranji reflektanci* potuje znotraj prozornega dielektrika skoraj brez izgub, je ta lastnost našla uporabo pri prenosu informacij v optičnih kablih.

Lomni količnik η je za dielektrike odvisen tudi od valovne dolžine. To je opaziti na prizmi, ki razprši belo svetlobo v spekter barv. Pri kovinah pa je poleg lomnega količnika, od valovne dolžine odvisen tudi izgubni indeks k. Podrobnejše podatke o konstantah za večino materialov lahko najdemo v [Pal85].

Koeficienti se za geometrijski model določajo eksperimentalno tako, da obravnavamo posamezne primarne barve (rdeča, zelena, modra) posamično. Iz tega sledi, da imamo ločene tudi lomne količnike η_r, η_g, η_b. Iz enačbe (11) lahko izrazimo lomni količnik kot

$$\eta = \frac{1+\sqrt{R_0}}{1-\sqrt{R_0}} \tag{14}$$

kar nam omogoča, da lahko eksperimentalno dokaj enostavno izmerimo lomne količnike za posamezne primarne barve. Za glajen baker so koeficienti reflektance R in lomni količniki η primarnih barv podani v tabeli 2 (glej A. Watt [Wat90, strani 74-78]).

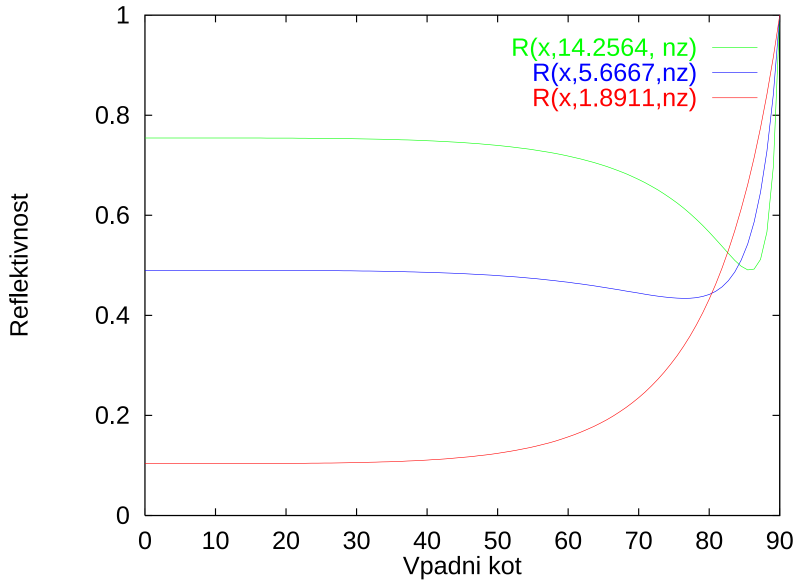
Primarna barva	R_0	η
Rdeča	0.755	14.2564
Zelena	0.490	5.6667
Modra	0.095	1.8911

Tabela 2: Optične lastnosti bakra v geometrijskem modelu

Potek reflektivnosti posameznih primarnih barv za glajen baker in $k = 0.3$ je podan na sliki 4.

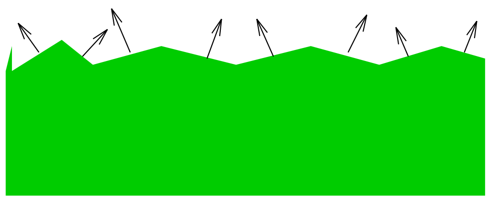
4 Hrapave površine

Le malo je površin v naravi, za katere bi lahko trdili, da so popolnoma gladke. Za take površine ne moremo direktno uporabiti Fresnelovih enačb. Problematika hrapavih



Slika 4: Reflektanca primarnih barv v geometrijskem modelu glajenega bakra. Rdeča barva je najvišja krivulja. Krivulje so izračunane direktno iz Fresnelovih enačb.

površin ni domena samo računalniške grafike ali optike, saj lahko bistvene zakonitosti najdemo tudi v literaturi, ki obravnava prenos toplote s sevanjem [Thy92, Bej93]. Različne oblike in mikro modeli hrapave površine vplivajo tudi na implementacijo refleksijskih modelov. Primer hrapave površine, katero moramo obravnavati na mikro nivoju je prikazan na sliki 5.



Slika 5: Podroben pogled na hrapavo površino z normalami mikropovršin

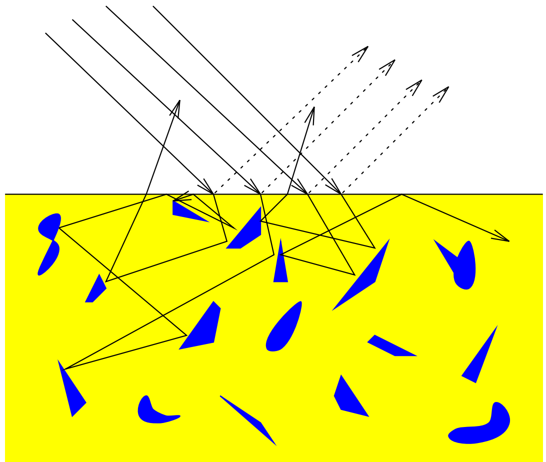
Pri obravnavanju in formuliranju matematičnega modela je potrebno upoštevati normale mikropovršin, kot tudi povprečje in absorbije zaradi hrapavosti.

Absorbcija svetlobe pa se pojavlja tudi v medijih, ki imajo gladke površine. Nivo prepustnosti (*transparentnost*) je odvisen od stukture medija. V dielektrikih poznamo izotropno razporeditev absorbcijskih molekul (npr. barvasto steklo). Kovine pa absorbirajo prepuščeno svetlobo v celoti tudi za najmanjše debeline [1].

[1]Razen v redkih izjemah, kot je izredno tanka zlata prevleka

5 Kompozitne površine

Sestavljene površine se pogosto pojavljajo v praksi kot sestav (kompozit) dveh ali več materialov. Običajno je to osnovni material, ki ima primešane majhne delce. Osnovni medij je lahko prozoren, kar pri osvetlitvi z žarkom pomeni, da se del svetlobe lahko lomi v površino in nato dodatno odbija, lomi in absorbira v primešanih delcih.

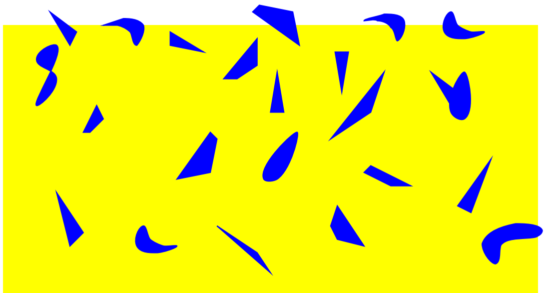


Slika 6: Optične razmere na sijajni površini kompozitnega medija

Klasičen primer sestavljene površine je barva s primešanimi delčki s srebrnim pigmentom (slika 6). Ker imajo primešani delci različen lomni količnik od osnovnega medija se tudi svetloba zelo razprši. Z večjim lomnim količnikom η osnovnega medija se manjša kot popolne notranje reflektance, kar onemogoča svetlobi, da bi izstopila iz površine, potem ko je enkrat že vstopila vanjo. Z večanjem lomnega količnika se tako veča tudi motnost. Podoben primer je tudi kocka ledu z mehurčki kot delci, z drugačnim lomnim količnikom. Tudi tu je z večanjem števila mehurčkov motnost površine večja.

Primešani delci imajo lahko tudi barvo, kar vpliva na absorbcijo svetlobe točno določene valovne dolžine. Taka površina je pri osvetlitvi z belo svetlobo, vidna kot obarvana površina. Če je površina tudi gladka, potem se del svetlobe normalno odbija in s tem delno deluje kot zrcalo.

Nekatere barve pa na površini nimajo gladkega sloja in s tem tudi ne spoznavnega učinka zrcala. Take površine imenujemo *mat površine*. Za razliko od sijajnih površin imajo take barve delce pigmenta tudi na površini osnovnega medija. Pri sušenju nekaterih barv je tudi opaziti spremembo lomnega količnika, kot tudi tip površine, ki lahko prehaja iz sijajne v mat tudi s staranjem.



Slika 7: "Mat" površina kompozitnega medija

6 Prosojne površine

Za razliko od prozornih površin, prosojne le delno prepuščajo svetlobo. Klasičen primer prosojne površine je pa papir. Mediji prosojnih površin imajo nehomogeno strukturo z množico naključno razporejenih delcev, ki razpršujejo svetlobo na vse možne strani. Če je medij dovolj tenak lahko prepušča svetlobo z ene strani površine na drugo. Na drugi strani se torej svetloba seva v okolico, kar moramo dodatno upoštevati pri modeliranju razmer na površini.

7 Zaključek

Za matematično modeliranje razmer je potrebno poznavanje optičnih razmer na površini, ki je osnovi gradnik objektov v računalniški grafiki. Svetlobo lahko obravnavamo kot valovanje (fizikalna optika) ali kot žarke gibajočih se delcev (geometrijska optika). Geometrijska optika je lažja za modeliranje v računalniški grafiki zaradi medsebojne neodvisnosti žarkov. Z privzemom geometrijske optike izgubimo lastnosti fizikalne optike kot so uklon, interferenca in polarizacija svetlobe.

Optična lastnost površine je podana z materialom iz katerega je narejena. V računalniški grafiki je vsaka površina opisana z opisom medija, ki je zbirka posameznih lastnosti materiala.

Za gladke površine lahko s Fresnelovimi enačbami, dokaj natančno popišemo kako se žarki odbijejo in lomijo v prozorno površino. Reflektanca je razmerje med intenziteto odbitega in vpadnega žarka. Fresnelove enačbe, ki podajajo reflektanco za dielektrike in kovine, lahko izračunamo, če poznamo lomni količnik in izgubni indeks.

Površine, ki niso gladke obravnavamo na mikroskopskem nivoju. Razumevanje razmer na takih površinah se lahko pridobi z opazovanjem strukture medija in površine. Glajene površine lahko izkazujejo delno zrcaljenje, ki pa ni nujno perfektno, ampak se lahko tudi distribuirano razprši. Valovite gladke površine ukrivljajo in s tem pačijo zrcalne podobe na površini.

Medije, ki vsebujejo delce drugih medijev z različnimi optičnimi lastnostmi, imenujemo *kompozitni mediji.* Delci v mediju razpršijo svetlobo v odvisnosti od lomnega količnika primarnega medija. Velikost delcev v mediju vpliva tudi na obliko razpršitve in je v direktni povezavi z valovno dolžino svetlobe.

Kompozitne površine izražajo še lastnosti, kot sta sijajnost in mat. Materiali, kot je papir, imajo lastnost prosojnosti.

Literatura

[Bej93] Adrian Bejan. *Heat transfer.* John Wiley and Sons, 1993.

[Cot88] Marion Cottingham. Pseudo ordering of CSG-trees. V David Duce, urednik, *Eurographics 88*, strani 471–482. Elsevier Science, 1988.

[dB93] Mark de Berg. *Ray Shooting, Depth Orders and Hidden Surface Removal.* Številka 703 v Lecture Notes in Computer Science. Springer Verlag, 1993.

[Duc88] David Duce, urednik. *Proceedings of the Eurographics Conference.* Elsevier Science, September 1988.

[Gla89] Andrew S. Glassner. *3D Computer Graphics.* The Herbert Press, 1989.

[Gla91a] Andrew S. Glassner, urednik. *An introduction to Ray Tracing.* Academic Press, 1991.

[Gla91b] Andrew S. Glassner. *Surface Physics for Ray Tracing*, V knjigi Introduction to Ray Tracing, Poglavje 4, strani 121–160. Academic Press, 1991.

[Hai88] Eric A. Haines. Neutral File Format. *Ray Tracing News*, 1, Oktober 1988. electronic journal.

[Hec91] Paul S. Heckbert. *Writing a Ray Tracer*, V knjigi Introduction to Ray Tracing, Poglavje 4, strani 264–293. Academic Press, 1991.

[Pal85] Edvard D. Palik. *Handbook of Optical Constants of Solids.* Academic Press, New York, 1985.

[Sea56] Francis Weston Sears. *Optics.* Addison Wesley, tretja izdaja, 1956.

[Sub90] Prem Subrahmanyam. Intersecting Quadrics. *Ray Tracing News*, 3(2), Marec 1990. electronic journal.

[Thy92] S. T. Thynell, urednik. *Developments in radiative heat transfer*, Zbornik 203 v *HTD*, New York, Avgust 1992. National heat transfer conference.

[TTOO90] Atsushi Takagi, Hiroshi Takaoka, Tesuya Oshima in Yoshinori Ogata. Accurate technique based on colorimetric conception. V *Computer Graphics*, Zbornik ACM Siggraph '90 Conference Poceedings, strani 263–272, Avgust 1990.

[Wat90] Alan Watt. *Fondamentals of Three-Dimensional Computer Graphics.* Addison Wesley, 1990.