Laboratorijske vaje pri predmetu računalniško podprto kostruiranje

Leon Kos, Laboratorij za CAD - LECAD

Naloga

Izdelajte program za izračun ravninskega stacionarnega toka nestisljivega in neviskoznega fluida. Fluid naj se pretaka v mejah poljubne oblike. Rešitve enačbe in hitrostno polje v izbranih točkah prikažite z uporabo grafičnega standarda *Phigs* v prostorskih (3D) homogenih koordinatah. Izračun kompozicijske matrike v homogenih koordinatah naj ustreza poljubnemu zaporedju homogenih trabsformacij.

1 Tok idealnega fluida

1.1 Kontinuitetna enačba

Integralska oblika zakona o ohranitvi mase za mirujoči kontolni volumen V_k je

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_k}\rho dV + \int_{A_k}\rho\vec{v}_r d\vec{A} = 0 \tag{1}$$

V primeru stacionarnega toka $\partial\rho/\partial t = 0$ se poenostavi v obliko

$$\int_{A_k}\rho\vec{v}d\vec{A} = 0 \tag{2}$$

Enačbo 2, ki je površinski integral po kontrolni površini, lahko z Gaussovim stavkom prevedemo na volumskega

$$\int_{V_k}[\vec{\nabla}\cdot(\rho\vec{v})]dV = 0 \tag{3}$$

Ker lahko kontolni volumen v enačbi 3 poljubno izberemo, mora enačba veljati za vse primere. Sledi, da mora biti integrand enak nič

$$\vec{\nabla}\cdot(\rho\vec{v}) = 0 \tag{4}$$

Za nestisljiv fluid se enačba 4 poenostavi na

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{v} = 0 \tag{5}$$

Enačbo 5 imenujemo kontinuitetna enačba, ki v komponentni obliki zapišemo kot

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \tag{6}$$

1.2 Hitrostni potencial

Za nevrtinčen oz. potencialen tok lahko podamo hitrostno polje $\vec{v}(\vec{r},t)$ z gradientom skalarne funkcije $\phi(\vec{r},t)$

$$\vec{v} = \vec{\nabla}\phi \tag{7}$$

Za kartezijev koordinatni sistem je komponenta oblika enačbe 7

$$v_x = \frac{\partial\phi}{\partial x}\ ,\quad v_y = \frac{\partial\phi}{\partial y}\ ,\quad v_z = \frac{\partial\phi}{\partial z} \tag{8}$$

Z vstavitvijo enačb 8 v kontinuitetno enačbo 7, dobimo enačbo hitrostnega potenciala

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right) = 0 \tag{9}$$

ki jo imenujemo *Laplaceova enačba* in opisuje potencialno polje v volumnu, ki nima notranjih izvorov. Zapišemo jo

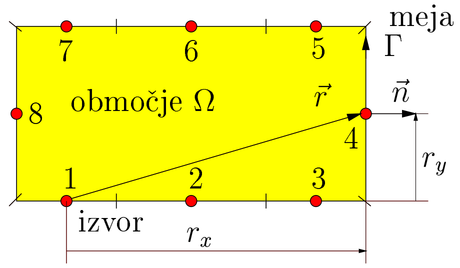
$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0 \tag{10}$$

ali krajše

$$\vec{\nabla}^2\phi = 0 \tag{11}$$

2 Metoda robnih elementov - BEM

Potencialne probleme ki jo predstavlja enačba 11 najlažje rešujemo z metodo robnih elementov. Vse ostale metode (MKD, MKE, MKV, ...) zahtevajo diskretizacijo območja kjer integriramo diferencialno enačbo. Metoda robnih elementov[1, 2] (*Boundary Elementh Method*) omogoča, da prevedemo reševanje diferencialne enačbe iz notranjosti na rob, ki omejuje območje.



Slika 1: Definicija območja in smer obhodne krivulje za dvodimenzionalni primer toka idealnega fluida

Primer s slike 1 kaše pravokotnik, ki ima območje Ω v katerem je potrebno zadovoljiti enačbo 10 v vsaki točki. Pri metodi končnih diferenc se običajno izbere točke v katerih se enačba, ob upoštevanju pogojev na robu, zadovolji. Z BEM pa se prevede reševanje enačbe na rob, kje se hkrati zadovolji tudi robne elemente. Ko je enačba 10 na robu rešena, lahko za vsako poljubno točko v območju dobimo rešitev z enostavno integracijo po robu.

2.1 Divergenčni teorem

Za vektorsko funkcijo $\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$ obstaja divergenčni teorem, ki povezje volumski in površinski integral fukncije

$$\int_V\left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}\right)dV = \int_S(\vec{F}\cdot\vec{n})dS \tag{12}$$

kjer je $\vec{n}$ normala na površini območja. Za dvodimenzionalni primer s slike 1 lahko uporabimo hitrostno polje iz enačbe 8 in napišemo divergenčni teorem kot

$$\int_S \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}\right) dS = \int_l (v_x n_x + v_y n_y) dl \qquad (13)$$

Leva stran enačbe 13 je v vsaki točki območja nič zaradi enačbe 10. Tako velja, da je integral po krivulji tudi enak nič. Če torej območje diskretiziramo kot na sliki 1, na ravne elemente, nam enačba 13 pove, da mora biti vsota vseh pretokov $\vec{v} \cdot \vec{n}$ skozi elemente enaka nič. Povedani drugače, vsota zmožkov normalnih hitrosti in dolžin mora biti nič.

2.2 Greenova druga identiteta

Če za vektorsko funkcijo $\vec{F} = u\vec{\nabla}u^*$ uporabimo divergenčni teorem iz enačbe 12 lahko izpeljemo Greenovo drugo identiteto

$$\int_V u\vec{\nabla}^2 u^* dV = \int_S q^* u dS - \int_S u^* q dS \qquad (14)$$

kjer je u potencial, ki je v našem primeru $u = \phi$. Funkcija u^* je poljubna funkcija, ki jo bomo kasneje izbrali tako, da nam bo pomagala odstraniti volumski integral. Funkcija q je pravokotna hitrost na elementu

$$q = \frac{\partial u}{\partial n} = \frac{\partial \phi}{\partial n} \qquad (15)$$

Funkcija q^* je prav tako poljubna, vendar povezana z u^* z enačbo

$$q^* = \frac{\partial u^*}{\partial n} \qquad (16)$$

2.3 Osnovni rešitvi

Ker lahko za u^* izberemo poljubno funkcijo, ki nima zveze z realnim problemom, je ugodno, če izberemo za u^* v volumskem integralu enačbe 14, funkcijo, ki odpravi ali poenostavi volumski integral. Impulzna (*Diracova delta*) funkcija ima naslednje lastnosti:

$$\delta(p, x) = \begin{cases} 0 & x \neq p \\ \infty & x = p \end{cases} \qquad (17)$$

$$\int_V \delta(p, x) dV = 1 \qquad (18)$$

Če izberemo $\vec{\nabla}^2 u^* = -\delta(p, x)$ za impulzno funkcijo odstranimo volumski integral in dobimo znani funkciji u^* in q^*. Volumski integral enačbe 14 je torej

$$\int_V u\delta(p, x) dV = u(p) \qquad (19)$$

kar reducira enačbo 14 na

$$u(p) + \int_S q^* u dS = \int_S u^* q dS \qquad (20)$$

kjer je izraz $u(p)$ vrednost potenciala v poljubno izbrani točki. Za dvodimenzionalne primere dobimo *osnovni rešitvi*:

$$u^* = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{r}\right) \qquad (21)$$

$$q^* = \frac{\partial u^*}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial n} = \frac{-1}{2\pi r^2}(r_x n_x + r_y n_y) \qquad (22)$$

Radij $r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$ je razdalja, med izbrano točko (izvor) in točko na ograjo po kateri integriramo. $\vec{n} = (n_x, n_y)$ je normala v točki na ograji po kateri integriramo.

2.4 Integriranje na ograji

Točko p lahko izberemo v območju Ω, na ograji Γ ali celo izven območja, kjer ni potenciala. Če torej izberemo točko na gladki ograji, je le polovica točke v območju; Ostala polovica pa je zunaj. Če izberemo točko v vogalu (slika 1) je le četrtina točke v območju. Če integriramo na ograji, je potrebno v enačbi 20 upoštevati, da je le del točke v območju in da zaradi tega je potencial v točki na ograji le tolikšen, kolikor točke je v območju. Enačbo 20 na ograji zapišemo kot

$$c(p)u(p) + \int_S q^* u dS = \int_S u^* q dS \qquad (23)$$

kjer je $c(p)$ delež točke v območju. Če je točka na ravnem (gladkem) robu, je delež $c(p) = 1/2$. Če je točka v vogalu, kot na sliki 1 je $c(p) = 1/4$.

2.5 Robni elementi

Ograjo Γ je potrebno diskretizirati na enostavne elemente, katere lahko enostavno integriramo. Diskterizirana enačba na meji je

$$c(p)u(p) + \sum_{i=1}^{n} \int_S q^* u dS_i = \sum_{i=1}^{n} \int_S u^* q dS_i \qquad (24)$$

Najenostavnejši elementi na ograji so kostantni. Pri teh elementih sta funkciji u in q po elementu konstantni. Enačba 4.3 za konstantne ravne elemente pri katerih smo izbrali, da je izvorna točka vedno na sredini, je tako

$$0.5u(p) + \sum_{i=1}^{n} \int_S q^* dS_i u = \sum_{i=1}^{n} \int_S u^* dS_i q \qquad (25)$$

Za vsak element lahko napišemo enačbo 25, kar vodi do sistema n enačb. Integrale osnovnih rešitev na ograji lahko pišemo krajše kot

$$\hat{h}_{ij} = \int_{S_{elem}} \frac{-1}{2\pi r^2}[r_x n_x + r_y n_y] dS \qquad (26)$$

$$g_{ij} = \int_{S_{elem}} \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{r}\right) dS \qquad (27)$$

Vzemimo za primer prvi element, ki ima točko na sredini. Enačba prvega elemanta z upoštevanjem okrajšav 26 in 27 je

$$0.5u_1 + \hat{h}_{11}u_1 + \hat{h}_{12}u_2 + \cdots + \hat{h}_{1n}u_n = g_{11}q_1 + \cdots + g_{1n}q_{1n} \qquad (28)$$

Člen $c(p)$ lahko združimo z definicijo

$$h_{ij} = \begin{cases} \hat{h}_{ij} + c(p) & i = j \\ \hat{h}_{ij} & i \neq j \end{cases} \qquad (29)$$

Sedaj lahko napišemo sistem n enačb, ki ga zapišemo

$$\mathbf{H}\ \mathbf{u} = \mathbf{G}\ \mathbf{u} \tag{30}$$

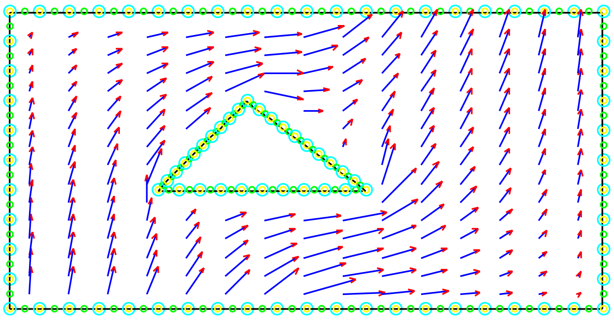
Matriki **H** in **G** sta velikosti $(n \times n)$. Vektor u je potencial in vektor q je pravokotna hitrost na elementih.

2.6 Robni pogoji

V naši nalogi imamo izračun toka idelanega fluida. Definirano je hitrostno polje s potencialom $u = \phi$ in hitrostmi na robu $q = v$. Če skozi rob ne teče fluid, je to ovira, za fluid. Pogoj za obtekanje je torej podan z normalno hitrostjo na površini:

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0 \tag{31}$$

Telesa, ki jih fluid obteka imajo na ograji $q = 0$ in smer obhoda v smeri urinega kazalca.



Slika 2: Obtekanje telesa

Primer obtekanja telesa že slika 2. Ograja, v kateri zajamemo fluid pa ima smer krivulje naproti obtekajočem trikotniku. Če želimo videti gibanje fluida, moramo na ograjo podati hitrost q na elementih v katerih fluid priteka in odteka, s tem, da upoštevamo enačbo 13. Za elemente skozi pretoka ni podamo nično hitrost $q_i = 0$. Laplaceovo enačbo 10 rešujemo z znanimi hitrostmi na vseh elementih. Sistem enačb 30 se tako poenostavi na

$$\mathbf{H}\ \mathbf{u} = \mathbf{b} \tag{32}$$

kjer je $\mathbf{b} = \mathbf{G}\ \mathbf{q}$ vektor izračunan z enostavnim množenjem matrike **G** in vektorja hitrosti na ograji **q**.

3 Gaussova kvadratura

Numerična integracija je metoda izračuna vrednosti integrala splošnih funkcij takrat, ko ni znana točna analitišna rešitev. Gauss–Legendrova kvadraturna formula omogoča hiter in natančen izračun integrala za splošne funkcije. Za razliko od ostalih metod (Simpsonova, trapezna, ...) ima ta integracija majhno število izbranih točk, kar pospeši programe, ki računajo veliko število integralov.

Splošna enačba Gaussove kvadrature je

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx = \sum_{i=1}^{n} \{f(x_i)w_i\} \tag{33}$$

red(n)	$\pm x_i$	w_i
1	0.00000	2.00000
2	0.57735	1.00000
3	0.00000	0.88889
	0.77459	0.55556
4	0.33998	0.65214
	0.86134	0.34785
5	0.00000	0.56889
	0.53847	0.47863
	0.90618	0.23693
6	0.23862	0.46791
	0.66121	0.36076
	0.93247	0.17132
7	0.00000	0.41796
	0.40585	0.38183
	0.74153	0.27972
	0.94911	0.12948

Tabela 1: Točke za Gaussovo kvadraturo in uteži

Integral funkcije $f(x)$ se izračuna tako, da se v n točkah vzame vrednost funkcije $f(x_i)$, ki se jo pomnoži z z utežjo w_i. Vsota tako obteženih vrednosti funkcije je vrednost integrala. Pomembno je poudariti, da so meje integrala od -1 do 1, zato je potrebno pri drugačnih mejah uporabiti translacijo in skaliranje osnovne funkcije, predno uporabimo Gaussovo kvadraturo za izračun integrala. Integracija poteka torej simetrično. Red kvadrature določa število točk, ki so uporabljene pri izračunu integrala. V naslednji tabeli so podane kvadrature za posamezno število točk:

Primer izračuna za funkcijo

$$y = f(x) = 2x^4 - x^3 + 1$$

za katero želimo izračunati integral

$$I = \int_{-1}^{1} (2x^4 - x^3 + 1)dx$$

in ima analitično rešitev 2.80.

- n = 2
  Imamo dve integracijski točki pri $x = \pm 0.57735$ Integral I izračunamo kot

  $$I = f(-0.057736) \cdot 1.00000 + f(0.057736) \cdot 1.00000 = 2.44444$$

  kar je 12.7% odstopanja od točne rešitve.

- n = 3
  Imamo tri integracijske točke pri $x = 0$ in $x = \pm 0.77459$

  $$I = f(-0.77459)0.55556 + f(0)0.88889 + f(0.77459)0.55556 = 2.80$$

  kar kaže na natačnost in hitrost kvadrature.

3.1 Translacija in skaliranje

Če želimo integrirati funkcijo z Gaussovo kvadraturo po poljubnem območjumoramo prevesti integracijsko območje na $[-1, 1]$ s skaliranjem s in translacijo t.

$$s = \frac{x_{max} - x_{min}}{2} \quad , \qquad t = x_{min}$$

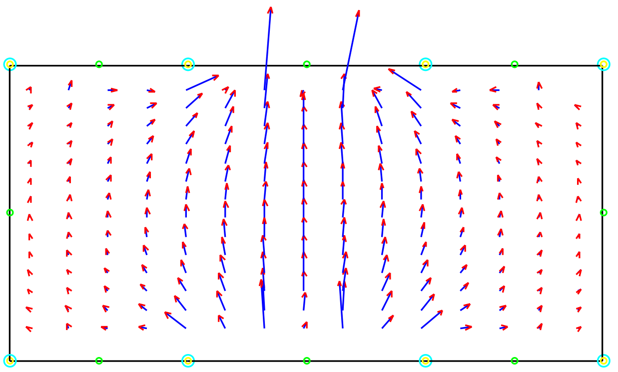
Integral z novimi mejami izračunamo kot

$$I = s \sum_{i=1}^{n} f(sx_i + t) w_i$$

4 Primer

Na primeru s slike 1 bomo pokazali reševanje metode robnih elementov. Dimenzija obmocja je 20×10. Na srednjem spodnjem elementu dolzine 8 priteka fluid s hitrostjo 1. Na zgornjem elementu pa fluid odteka.

4.1 Vhodna datoteka



Slika 3: Primer ravninskega potencialnega toka z osmimi konstantnimi robnimi elementi

Vhodna datoteka popisuje problem s slike 3. V prvi vrstici je podano število elementov in število nadaljnih delitev elementov. Sledijo elementi z začetno, končno koordinato in hitrost na robu.

```
8 1
00 00 06 00 0
06 00 14 00 -1
14 00 20 00 0
20 00 20 10 0
20 10 14 10 0
14 10 06 10 1
06 10 00 10 0
00 10 00 00 0
```

4.2 Integracija

Elemente sistema enačb računamo z Gaussovo kvadraturo s štirimi točkami.

$$\hat{h}_{ij} = \frac{-l}{4\pi} \sum_{k=1}^{4} \frac{w_k}{r^2} (r_x n_x + r_y n_y) \tag{34}$$

$$h_{ii} = 0.5 \tag{35}$$

$$g_{ij} = \frac{l}{4\pi} \sum_{k=1}^{4} w_k \ln(1/r) \tag{36}$$

$$g_{ii} = \frac{l}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{2}{l}\right) + 1 \right] \tag{37}$$

Matrika H ima naslednjo rešitev

$$\begin{bmatrix} 0.50 & -0.00 & -0.00 & -0.08 & -0.03 & -0.09 & -0.09 & -0.20 \\ -0.00 & 0.50 & -0.00 & -0.13 & -0.06 & -0.12 & -0.06 & -0.13 \\ -0.00 & -0.00 & 0.50 & -0.20 & -0.09 & -0.09 & -0.03 & -0.08 \\ -0.02 & -0.06 & -0.14 & 0.50 & -0.14 & -0.06 & -0.02 & -0.08 \\ -0.03 & -0.09 & -0.09 & -0.20 & 0.50 & -0.00 & -0.00 & -0.08 \\ -0.06 & -0.12 & -0.06 & -0.13 & -0.00 & 0.50 & -0.00 & -0.13 \\ -0.09 & -0.09 & -0.03 & -0.08 & -0.00 & -0.00 & 0.50 & -0.20 \\ -0.14 & -0.06 & -0.02 & -0.08 & -0.02 & -0.06 & -0.14 & 0.50 \end{bmatrix} \tag{38}$$

Matrika G je:

$$\begin{bmatrix} -0.09 & -2.40 & -2.51 & -4.59 & -2.72 & -3.19 & -2.21 & -2.75 \\ -1.83 & -0.49 & -1.83 & -3.87 & -2.39 & -2.96 & -2.39 & -3.87 \\ -2.51 & -2.40 & -0.09 & -2.75 & -2.21 & -3.19 & -2.72 & -4.59 \\ -2.74 & -3.06 & -1.71 & -0.97 & -1.71 & -3.06 & -2.74 & -4.78 \\ -2.72 & -3.19 & -2.21 & -2.75 & -0.09 & -2.40 & -2.51 & -4.59 \\ -2.39 & -2.96 & -2.39 & -3.87 & -1.83 & -0.49 & -1.83 & -3.87 \\ -2.21 & -3.19 & -2.72 & -4.59 & -2.51 & -2.40 & -0.09 & -2.75 \\ -1.71 & -3.06 & -2.74 & -4.78 & -2.74 & -3.06 & -1.71 & -0.97 \end{bmatrix} \tag{39}$$

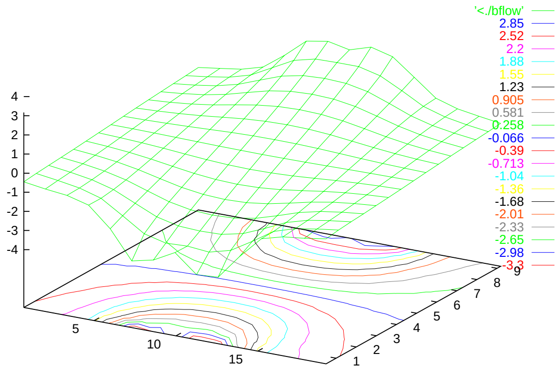
Rešitev na ograji je

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -0.741832 \\ -3.82685 \\ -0.741832 \\ -0.00026735 \\ 0.741297 \\ 3.82631 \\ 0.741297 \\ -0.000268133 \end{bmatrix} \tag{40}$$

4.3 Integracija v notranjosti

Za vsako točko v notranjosti p lahko izračunamo krivuljni integral iz enačbe potem, ko imamo znane vrednosti potenciala na ograji. Ker so točke vse v notranjosti je izraz $c(p) = 1$

$$u(p) = \sum_{i=1}^{n} \int_S u^* dS_i q + \sum_{i=1}^{n} \int_S q^* dS_i u \tag{41}$$



Slika 4: Hitrostni potencial in ekvipotencialne krivulje toka s slike 3

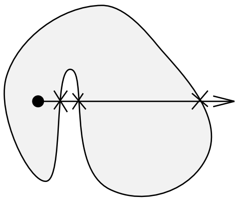
4.4 Hitrost v točki

Slika 3 kaže površino hitrostnega potenciala na v izbranih točkah. Če želimo izračunati hitrost v točki enostavno izberemo diferenčni enačbo, ki je npr. za smer x enaka

$$v_x(p) = \frac{u(p+h) - u(p-h)}{2h} \qquad (42)$$

kjer je h majhen odmik v smer x.

4.5 Kontrola notranjosti lika



Slika 5: Ugotavljanje notranjosti lika

Nortranjost lika ugotovimo tako, da za izbrano točko (x, y) štejemo koliko daljic od vseh možnih prereže poltrak desno od točke. Če je število takih prerezov liho potem je točka v notranjosti lika, sicer je v zunanjosti.

5 Reševanje sistema enačb

Sistem linearnih enačb lahko rešujemo na različne načine. Klasična Gaussova eliminacijska metota se pri konkretnih problemih pokaže kot počasna (N^3 operacij). Predlagana metoda, ki se v praksi tudi največ uporablja za reševanje sistema enačb je Lower/Upper dekompozicija, ki ima časovno zahtevnost $1/3N^3$. Reševanje sistema po tej metodi se sestoji iz dveh korakov:

1. **decomposition** razdeli matriko $\mathbf{M}$ na dve matriki (zgornja / spodnja), katerih produkt je $\mathbf{M}$.) Obe matriki sta shranjeni v matriki M, le da je zgornji del matrike $\mathbf{M}$ matrika $\mathbf{U}$, spodnji pa matrika $\mathbf{L}$.
2. **backsubstitution** množi desno stran enačbe z zgornjo matriko in pri tem izračuna neznane linearne spremenljivke.

5.1 Lower/Upper dekompozicija

Rešujemo sistem enačb velikosti N. Matrika **h** predstavlja levo stran sistema enačb. Pri fortranu so lahko matrike le statične in zato parameter NEL opisuje velikost matrike h, ki je običajno večja kot pa sistem enačb ($n < NEL$). INDX je celočtevilčni vektor permutacji v matriki A in se prenaša naprej tako kot parameter D v podprogram $LUBKSB$, kateri zahteva še desno stran sistema enačb v vektorju B. Po izračunu se rezultat nahaja v vektorju U. Potek izračuna sistema linearnih enačb bi potekal nekako takole:

```
parameter (NEL=100)
real h(NEL,NEL), g(NEL, NEL), q(NEL), u(NEL), d
integer indx(NEL)
...
...
n = elements
...
...
call ludcmp(h, n, NEL, indx, d)
call lubksb(h, n, NEL, indx, u)
...
```

6 Grafični prikaz enačbe ϕ

Za grafičen prikaz rezultatov v programu uporabite grafični jezik PHIGS. V ta namen uporabite homogene matrike in homogene transformacije.

Omogočati mora tudi ogled sistema s poljubnega zornega kota (rotacija, translacija in skaliranje v homogenih koordinatah).

Osnovni program, ki demonstrira uporabo jezika PHIGS je:

```
      program primer PHIGS
      include 'phigsdef.f'

      real  x(4)    /-150.0, 350.0, 250.0, -150.0/
      real  y(4)    /-150.0, 300.0, 250.0, -150.0/
      integer wkid, ViewIndex, connId , Trikotnik
      integer*4 fdopen, ErrorReturn

      real ViewMappingMatrix(3,3)
      real WindowLimits(4)/-200.0,400.0,-200.0,400.0/
      real ViewportLimits(4) / 0.2, 0.8, 0.2, 0.8/
      real ClipLimits(4)     / 0.0, 1.0, 0.0, 1.0/
      real Identity(3,3) /1.0, 0.0, 0.0,
     *                    0.0, 1.0, 0.0,
     *                    0.0, 0.0, 1.0/
      parameter (wkid = 1)
      parameter (ViewIndex = 1)
      parameter (connId = 1)

c     Odpre PHIGS ( Phigs OPen PHigs )
      call popph(fdopen(fnum(7), 'w'//char(0)), 0)

c     Odpre delovno postajo (Phigs OPen WorKstation)
      call popwk(wkid, ConnId, WK171024)
c     Izracuna matriko pogleda in nastavi pogled
      call pevmm(WindowLimits, ViewportLimits,
     *          ErrorReturn, ViewMappingMatrix)
      call psvwr(wkid, ViewIndex, Identity,
     *         ViewMappingMatrix, ClipLimits, PCLIP)
c     Nastavitev zaslonskih koordinat
c     ( Phigs Set WorKstation Viewport )
      call pswkv(wkid, 0.0, 0.15, 0.0, 0.15)
c     Nastavitev uporabniskega koordinatnega sistema
c     ( Phigs Set WorKstation Window )
      call pswkw(wkid, 0.1, 1.0, 0.1, 1.0)

c     Odpre strukturo in izbere pogled
c     ( PhigsOPenSTructure in PhigSetViewIndex)
      call popst(Trikotnik)
      call psvwi(ViewIndex)
c     Dolocitev barve crte
c     ( Phigs Set PolyLine Color Index )
c     Indeksi: 1 = bela, 2 = rdeca, 3 = rumena,
c     4 = zelena, 5 = svetlo modra, 6 = modra,
c     7 = violicna, 8 = crna (ozadje)
      call psplci(2)
c     Izris trikotnika ( Phigs PolyLine )
      call ppl(4, x, y)
c     Dolocitev barve teksta
c     ( Phigs Set TeXt Color Index )
      call pstxci(5)
c     Dolocitev visine teksta
c     ( Phigs Set CHaracter Height )
      call pschh (10.0)
c     Izris teksta ( Phigs TeXt )
      call ptx( 100.0, 80.0, 'PHIGS skeleton')
      call pclst
```

```
      call ppost(wkid, Trikotnik, 1.)
      call puwk(wkid, PPERFO)
      pause
c     Zapre delovno postajo in PHIGS
c     ( PhigsCLoseWorKstation, PhigsCLosePHigs )
      call pclwk(wkid)
      call pclph()
      end
```

7 Poročilo

Poročilo se oddaja v dveh delih, prvi za numerični program, drugega za grafični del. V poročilu opišite problem, ki ga rešujete (zahteve), podajte teoretične osnove in bistvene dele rešitve, ki ste jih uporabili v programu.

Izpisa programa ni potrebno prilagati poročilu, potrebno pa je predstaviti pomembne dele programa na način, ki čimbolj jasno predstavlja rešitev. To je lahko z besednim opisom, diagramom poteka ali z delom programske kode. Priložite tudi rezultate izračuna prerezov, ki ste jih izračunali in analizo konvergence izračuna

Celotno poročilo naj ima klasično obliko (uvod, zahteve, teoretične osnove, problemi, rezultati, možne izboljšave, zaključek, literatura, priloge). Izberite si primer in na njem pokažite reševanje problema. Diskutirajte izboljšave programa, kot tudi omejitve, ki so posledica vgrajenih algoritmov (velikost matrik, stabilnost, ...). Torej: poročilo mora biti napisano tako, da je možno iz njega rekonstrurirati program.

Pišite čitljivo; priporočen je izpis s tiskalnikom. Ovojnico za poročilo dobite pri vratarju (Računalniško podprto konstruiranje).

8 Fortran

Tu bom prikazal standardne posebnosti v Fortranu, ki jih boste s pridom uporabili pri programiranju. Priporoča se tipkanje programa z malimi črkami, saj je tako kodiran program bolj čitljiv.

Formatne stavke vključene lahko vključimo v ukaz `read` ali `write`:

```
character ime*65
write(*, '('' Ime vhodne datoteke: '', $)' )
read(*,'(A)') ime
```

Za branje in pisanje enote se uporablja standardni read/write stavek brez podatka o formatu.

```
write(1, rec=2) (x(i), i = 1, n/2)
read(1, rec=2)  (x(i), i = 1, n/2)
```

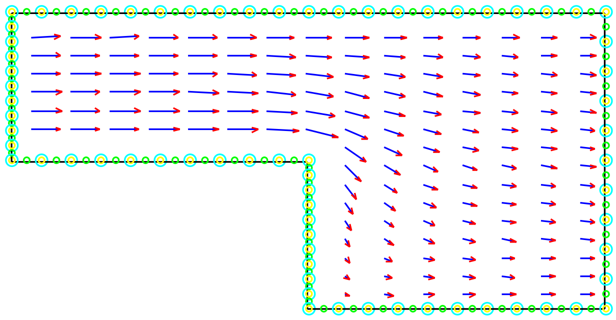
Fortran omogoča pisanje in branje v svoje interne enote v obliki `character` polja. To nam omogoča pretvarjanje numeričnih spremenljivk v znakovne. Največkrat se to uporablja za podprograme, ki zahtevajo kot parameter znakovno spremenljivko, na voljo pa imamo le numerično spremenljivko. Tipičen primer uporabe je izpis teksta v jeziku GKS. Primer:

```
      character cnode*3
      integer node
      ...
      write(cnode, '(I3)') node
      call gtx(x, y, cnode)
      end
```

9 Splošna priporočila za delo

Noben program ne deluje na mah. Ker je problem kompleksen, se ga je potrebno lotiti sistematično. Posamezne dele program moramo sproti kontrolirati. Pomembno je tudi dokazovanje pravilnosti delovanja, kjer si logično razlagamo obnašanje programa za različne vhodne parametre. Švejkova metoda pri problemih, kot je naš, nikoli ni bila uspešna.

Fortran ima to (ne)ugodno lastnost, da so vse premenljivke ob začetku postavljene na nič. Po končanem delu brišite z (`del`) vse nepotrebne datoteke, ki jih imate na svojem področju.



Slika 6: Razširitev v kanalu

Literatura

[1] C.A. Brebbia. *The boundary elementh method for engineers.* Pentech press, 1978.

[2] J. Trevelyan. *Boundary elements for engineers.* Computational Mechanic Publications, 1994.